МЧС РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский институт Государственной противопожарной службы
Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны,
чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий»

ГИДРАВЛИКА
Часть 1
ГИДРОСТАТИКА

Методические рекомендации
по самостоятельному изучению дисциплины

Специальность
20.05.01 Пожарная безопасность
(уровень специалитета)

Екатеринбург
2022

Гидравлика. Гидростатика. Ч.1 [Текст] : методические рекомендации по самостоятельному изучению дисциплины Направление подготовки 20.05.01 Пожарная безопасность (уровень специалитета) / О.Ю. Баранова, А.А. Сушкевич, М. Р. Шавалеев. – Екатеринбург: Уральский институт ГПС МЧС России, 2022. - 34 с.

Авторы-составители:

Баранова О.Ю., доцент кафедры физико-технических основ безопасности Уральского института ГПС МЧС России, кандидат технических наук, доцент;

Сушкевич А.А., заведующий кафедрой физико-технических основ безопасности Уральского института ГПС МЧС России, кандидат технических наук, доцент;

Шавалеев М.Р., старший преподаватель кафедры пожаротушения и аварийно-спасательных работ Уральского института ГПС МЧС России, кандидат технических наук, доцент.

Методические рекомендации по самостоятельному изучению дисциплины «Гидравлика» по направлению подготовки 20.05.01 Пожарная безопасность (уровень специалитета).

Настоящие методические рекомендации предназначены для оказания помощи при самостоятельном изучении дисциплины, представляют собой комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющих обучаемым оптимальным образом организовать процесс самостоятельного изучения дисциплины «Гидравлика». Сформулированы цель и задачи дисциплины, вопросы для самоконтроля по каждой теме, задания и задачи. Дан список литературы.

Методические рекомендации предназначены для обучаемых по очной и заочной форме обучения ФГБОУ ВО УрИ ГПС МЧС России.

© УрИ ГПС МЧС России, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Методические рекомендации по изучению дисциплины	9
Тема 1. Основные физические свойства жидкостей	9
Тема 2. Гидростатическое давление и его свойства	16
2.1 Свойства гидростатического давления	18
2.2 Основное уравнение гидростатики	20
2.3 Виды давления. Пьезометрическая высота	21
2.4 Дифференциальное уравнение равновесия Эйлера	24
2.5. Гидростатический напор	27
2.6 Приборы для измерения гидростатического давления	29

ВВЕДЕНИЕ

Определение гидравлики и ее краткая история. Гидравлика – прикладная наука, изучающая законы равновесия и движения жидкостей и дающая на основе теории и опыта способы применения этих законов к разрешению различных задач инженерной практики. Гидравлика может быть подразделена на две части: гидростатику, в которой изучаются законы равновесия жидкости, и гидродинамику, в которой изучаются законы движения жидкости. Название «гидравлика» происходит от сочетания двух греческих слов hydor (хюдор) – вода и aulos (аулос) – труба, что означает течение воды по трубам.

Содержание современной гидравлики несравненно шире: она изучает движение жидкостей не только в трубах, но и в открытых руслах, сооружениях и движение грунтовых вод.

Изучением равновесия и движения жидкостей занимается и другая наука – теоретическая гидромеханика, носящая строго математический характер и дающая общие и точные решения. Гидравлика как прикладная наука разрешает вопросы, необходимые и важные для инженерной практики, и поэтому она рассматривает различные вопросы более упрощенно, проводя оценку главных элементов гидравлических явлений, и часто прибегает к использованию результатов опытов.

Гидравлика, рассматривая законы равновесия и движения жидкостей, опирается на такие науки, как математика, физика, теоретическая механика, сопротивление материалов. В свою очередь, знания, полученные при изучении курса гидравлики, служат базой для гидравлических расчетов при решении вопросов водоснабжения, отопления, вентиляции, водоотведения, инженерной мелиорации, фильтрации, гидротехнических сооружений и др.

В истории развития человека вода играла огромную роль и использовалась как для питьевого водоснабжения, так и для орошения полей, приведения в движение простейших механизмов и т.п.

Еще за 4000 лет до н. э. в Египте и за 1000 лет до н.э. в Китае и Сирии умели строить плотины и мельницы на реках, оросительные системы на полях, а также корабли для плавания по морям. Древние оросительные системы находят в Средней Азии и Закавказье. В Риме сохранились остатки древнего водопровода, построенного за шесть веков до н. э., свидетельствующие о высокой для того времени технике.

Первым сочинением по гидравлике следует считать трактат греческого ученого Архимеда «О плавающих телах», написанный им за 250 лет до н.э. Им же была разработана конструкция механизма для подъема воды, названная «архимедовым винтом». После этого гидравлика почти 17 столетий не пополнялась новыми законами и открытиями. Новые работы по гидравлике стали появляться в Италии в XIV – XVвв. В конце XV в. итальянский ученый Леонардо да Винчи (1452-1519) занимался изучением истечения жидкостей из отверстий и законов движения воды в реках и каналах. Однако его записи были

опубликованы лишь 400 лет спустя, поэтому его труды по гидравлике оказались неиспользованными.

Из дальнейших работ по гидравлике следует отметить работы голландского ученого С. Стевина, опубликовавшего в 1585 г. книгу «Начала гидростатики». В 1612 г. итальянский ученый Г. Галилей опубликовал трактат «О телах, находящихся в воде, и о тех, которые в них движутся», в котором резко критиковал метафизические теории греческого философа Аристотеля об «абсолютно тяжелых» и «абсолютно легких» телах и подчеркивал правильность данного Архимедом закона плавания тел.

Ученик Г. Галилея Э. Торричелли, занимавшийся вопросом движения жидкости, вывел в 1643 г. формулу скорости истечения невязкой (идеальной) жидкости из отверстия. Французский ученый Б. Паскаль в 1650 г. дал свой закон о передаче жидкостью внешнего давления, который явился основой для расчета гидравлических процессов, подъемников и т.п. Английский ученый И. Ньютон в 1686 г. создал свою гипотезу о законах внутреннего трения в жидкостях и впервые ввел понятие о вязкости в жидкостях.

Многие практические законы гидравлики задолго до опубликования этих законов за границей уже были известны русским людям, умевшим весьма искусно строить на реках наплавные мосты, водяные мельницы, плотины и водопроводы.

Большое значение в те времена имело питьевое водоснабжение, особенно во время осады городов и крепостей. Так, во время осады Москвы татарами в 1382 г. Кремль был достаточно обеспечен водой с помощью тайного колодца под Тайницкой башней, соединенного каменным подземным ходом с руслом Москвы-реки.

В начале XVIII в. по инициативе Петра I в России развернулось гидротехническое строительство и началось бурное развитие морского и речного транспорта. Русский мастер М.И. Сердюков построил Вышневолоцкую водную систему каналов и шлюзов, соединившую Балтийское море с Каспийским (через Волхов, Мсту, Цну, Тверцу и Волгу). В 1708 г. было напечатано первое в России пособие по регулированию рек для судоходства.

В XVIII в. в Петербургской академии наук учеными (М.В. Ломоносовым, Д. Бернулли и Л. Эйлером) были разработаны теоретические основы гидравлики, позволяющие выделить ее в самостоятельную науку.

Знаменитый русский ученый М.В. Ломоносов написал и опубликовал в 1760 г. диссертацию «Рассуждение о твердости и жидкости тела», в которой он изложил положенный в основу гидравлики закон массы и энергии.

Член Петербургской академии наук Д. Бернулли опубликовал в 1738 г. капитальный труд по вопросу движения жидкостей, положив начало гидродинамике. В этой работе Бернулли обосновал свою знаменитую теорему о запасе энергии движущейся частицы жидкости, которая является основной теоремой современной гидравлики.

Член Петербургской академии наук Л. Эйлер в 1755 г. на основе открытия Ломоносова вывел основные дифференциальные уравнения равновесия и

движения невязкой жидкости, положив начало теоретической гидромеханике, изучающей законы движения жидкостей методом математического анализа.

В 1791 г. была издана написанная Калмыковым оригинальная русская книга «Карманная книжка для вычисления количества воды, протекающей через трубы, отверстия или по желобам, а также силы, с какою они (воды) ударяют, стремясь с данной скоростью, с приложением правил для вычисления трений, производимых в махинах».

Наряду с теоретическими работами по гидромеханике и гидравлике стал использоваться экспериментальный, т.е. опытный, способ изучения ряда ее законов, давший обоснование и развитие практической гидравлики. В развитии практической гидравлики сыграли важную роль работы французских ученых XVIII – XIX вв. А. Шези, А. Базена, А. Дарси и др.

В 1836 г. инженером путей сообщения П.П. Мельниковым был составлен и напечатан первый в России учебник по гидравлике «Основания практической гидравлики или о движении воды в различных случаях и действие ее ударом и сопротивлением».

В 1880 г. знаменитый русский ученый Д.И. Менделеев в своем сочинении «О сопротивлении жидкостей и о воздухоплавании» указывал на существование в природе двух режимов движения жидкости с различными законами ее сопротивления. Эта же мысль была развита и доказана в 1883 г. русским физиком Н.П. Петровым (1836 — 1920), впервые установившим, что при смазке силы трения, определяемые вязким сопротивлением при ламинарном движении, пропорциональны первой степени скорости. Н.П. Петрову принадлежат также доказательство гипотезы Ньютона о силе внутреннего трения в жидкостях и разработка гидродинамической теории смазки.

Несколькими годами позже английский ученый О. Рейнольдс провел свои опыты, наглядно подтверждавшие гипотезу Менделеева о существовании ламинарного и турбулентного движения жидкости. Профессор Казанского университета И.С. Громека в 1881 г. опубликовал ряд крупных работ по теории винтового движения жидкостей. Крупнейший вклад в развитие гидравлики и гидромеханики сделал русский ученый Н.Е. Жуковский. В 1898 г. он опубликовал исследование по теории гидравлического удара, получившее мировую известность. Кроме того, Жуковский дал математический метод решения задачи о фильтрации грунтовых вод, создал теорию движения взвешенных насосов в водных потоках. В начале XX в. русская инженерная гидравлика, бесспорно, заняла ведущее место в мировой науке благодаря ряду значительных работ русского ученого Б.А. Бахметева по гидравлике сооружений и открытых русел.

Следует отметить работы зарубежных исследователей: Ф. Форгеймера в области гидравлических сопротивлений и теории фильтрации, Г. Вебера в области гидродинамического подобия, Л. Прандтля в области гидравлических сопротивлений и изучении процесса турбулентности.

В 1910 – 1915 гг. были опубликованы работы о формировании речных русел и структуре речного потока русских инженеров В.М. Лохтина и Н.С. Лелявского, которые справедливо могут считаться основоположниками речной гидравлики.

В 1914 г. В.И. Чарномский опубликовал предложенный им метод приближенного интегрирования уравнения неравномерного движения жидкости в непризматическом русле.

В 1914 г. русский ученый А.Я. Милович опубликовал работу «О нерабочем изгибе потока»; в дальнейшем он написал ряд интересных работ по очертанию спиральной камеры турбин, теории деления потоков и т.д.

Большой вклад в развитие гидравлики внес русский ученый Н.Н. Павловский, предложивший точные формы для учета сопротивлений при равномерном движении в открытых потоках, давший много оригинальных предложений по построению кривых свободной поверхности при неравномерном движении, а также разработавший на основе работы Н.Е. Жуковского теорию фильтрации грунтовых вод. Н.Н. Павловский издал первый в нашей стране «Гидравлический справочник» и ряд монографий по основам гидравлики.

Русские ученые сделали крупнейший вклад в развитие гидравлики как науки.

В Советском Союзе были построены: Волховская ГЭС, Днепрогэс, Беломорско - Балтийский канал, канал имени Москвы, Ферганский канал, много других ГЭС и гидросооружений, необходимых для энергетики, орошения, водного транспорта и водоснабжения.

После Великой Отечественной войны было построено много промышленных комбинатов, новых городов и рабочих поселков, и обеспечено их промышленное и питьевое водоснабжение. Это дало мощный толчок к развитию экспериментальной и теоретической гидравлики, гидравлики трубопроводов и сооружений как научной базы для правильного решения задач водоснабжения, канализации, отопления, вентиляции и инженерной гидравлики при проектировании и строительстве зданий, сооружений, водозаборов и различных гидросооружений.

Развернулась и выросла обширная сеть научно-исследовательских институтов с гидравлическими и гидротехническими лабораториями, успешно работающих над разрешением многих задач гидравлики и гидротехники.

Среди работ в области расчетов движения жидкости в открытых руслах наибольший интерес представляют работы таких ученых, как И.И. Агроскина, И.И. Леви, В.М. Макковеева, Р.Р. Чугаева. В области гидравлики трубопроводов широко известны работы А.Д. Альтшуля, Г.А. Мурина, Н.Ф. Федорова, Ф.А. Шевелева и др.

В настоящее время курс современной гидравлики опирается на теоретическую гидромеханику и поставленные на научных основах моделирования экспериментальные исследования, что дает результаты, необходимые современному специалисту для практической деятельности.

Некоторые общие выводы, вытекающие из рассмотрения исторического материала:

1. Разработка проблем гидравлики всегда диктовалась необходимостью решения тех или других практических задач, выдвигаемых жизнью и связанных с развитием материальной базы нашего общества.
2. Отдельные, казалось бы, элементарные представления о гидравлике осваивались человечеством, как мы видели, иногда в течение весьма продолжительного времени (например, вопросы о вакууме и неразрывности движения жидкости, которые решались в течение тысячелетий).
3. Теоретические основы технической гидравлики начали интенсивно развиваться только в середине XVIII в., после того как рядом зарубежных и отечественных ученых были сформулированы основополагающие законы физики и общей механики, а также был разработан соответствующий математический аппарат, позволяющий достаточно точно и кратко выражать соответствующие зависимости механики жидкости.

   Несмотря на значительный успех, достигнутый в области гидравлики по вопросам теоретического и практического исследования законов движения жидкостей, все же еще и теперь имеются нерешенные проблемы, в том числе и в гидравлике напорных потоков и структурированных жидкостей.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению учебной дисциплины, необходимо ознакомиться с содержанием тем и методическими рекомендациями по их изучению.

Изучение тем учебной дисциплины рекомендуется вести в той последовательности, в которой они представлены в таблице 1 методических рекомендациях по изучению дисциплины.

При проработке теоретического курса внимательно изучить выводы основных формул, обращая при этом особое внимание на применяемые при выводе этих формул законы физики. Особо важно помнить допущения, сделанные в ходе вывода формул, так как они ограничивают применимость полученных закономерностей. В конце каждой темы приведены контрольные вопросы для самопроверки, на которые необходимо ответить.

Работа над учебником обязательно должна сопровождаться решением задач по изучаемой теме. Задачи следует решать самостоятельно. В ходе решения задач лучше усваивается и закрепляется изучаемый теоретический материал, выясняется суть изучаемых гидравлических явлений.

Вычисления выполнять в системе единиц СИ. Следует помнить, что не соблюдение единой системы единиц приводит к ошибкам при вычислениях. В приложении данных методических рекомендаций приведены основные справочные данные необходимые при решении практических задач.

В учебном курсе предусмотрены контрольные и лабораторные работы. Наличие зачтенных лабораторных и контрольных работ является основанием для допуска к сдаче экзамена.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (часть 1)

Тема 1.	Основные физические свойства жидкостей
Тема 2.	Гидростатическое давление и его свойства

1. Тема: «Основные физические свойства жидкостей»

Вопросы

1. Вводные сведения о предмете «Гидравлика» и «Гидрогазодинамика».
2. Краткая история дисциплины, роль русских ученых. Взаимосвязь с дисциплинами других кафедр.
3. Основные физические свойства жидкостей и газов.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Исаев А.П., Кожевникова Н.Г., Ещин А.В. Гидравлика: Учебник. – М.:ИНФРА-М, 2017. – 420 с.

2. Кудинов А.А. Гидрогазодинамика: учеб. Пособие /А.А. Кудинов. – М.: ИНФА-М, 2018. – 336 с.

3. Лапшев Н.Н. Гидравлика: учебник для студ. высш. учеб. заведений/ Н.Н. Лапшев. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 272 с.

4. Косой В.Д., Рыжов С.А. Гидравлика (с примерами решения инженерных задач). – М.: ДеЛи принт, 2008. – 495 с.

5. Ухов С.В. Гидравлика: учебное пособие. – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФА-М, 2010.- 464 с.

Жидкие тела отличаются от твердых весьма малой силой сцепления между отдельными частицами и их легкоподвижностью, благодаря чему жидкость легко принимает форму сосуда, в который она налита. Это свойство жидких тел называется текучестью. Жидкие тела бывают двух видов: капельные и газообразные жидкости (пары и газы). Обычно капельные жидкости называются несжимаемыми, а упругие – сжимаемыми.

В гидравлике рассматриваются главным образом капельные жидкости, изучением газообразных жидкостей или просто газов занимается аэродинамика. Однако многие свойства и механические законы одинаковы для капельных и газообразных жидкостей.

Наиболее часто применяемой в гидравлике характеристикой жидких тел является плотность жидкости, или масса единицы объема, которую принято обозначать буквой ρ. Среднее значение плотности определяется по формуле

$$\rho = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{W}} . \qquad (1.1)$$

Плотность есть величина именованная; ее размерность – масса, деленная на объем, обычно килограмм на метр кубический (кг/м^3).

Так, например, для дистиллированной воды при 4 ^{o}C ρ = 1000 кг/м^3. В мутных речных потоках плотность воды может достигать 1200 кг/м^3. Для морской воды ρ = 1020…1030 кг/м^3.

Сжимаемость. Капельные жидкости оказывают весьма сильное сопротивление сжимающим усилиям и допускают очень большое давление (до 3000 атм и более). Если на некоторый объем жидкости W_1, налитой в сосуд, произвести с помощью поршня давление p, то под влиянием этого давления объем жидкости уменьшится и станет равным W_2. Относительное изменение объема жидкости при изменении давления dp называется коэффициентом объемного сжатия

$$\beta_v = \frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{d}p\mathrm{W}} \; \frac{1}{\mathrm{W}} . \qquad (1.2)$$

При изменении давления в пределах от 100 до 50 000 кПа коэффициент объемного сжатия воды практически постоянен и может быть принят $\beta = 5 \cdot 10^{-6}$ см^2/Н = $5 \cdot 10^{-7}$ 1/кПа.

При решении большинства гидравлических задач, за исключением явления гидравлического удара, сжимаемостью капельных жидкостей пренебрегают и считают жидкость практически несжимаемой.

Температурное расширение. Жидкие тела, как и все прочие, при изменении температуры изменяют свой объем и плотность. Вода наибольшей плотностью обладает при температуре 4 °С. Коэффициент температурного расширения воды β_T зависит от изменения температуры dp и определяется зависимостью

$$\beta_T = \frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{d}T\mathrm{W}} \frac{1}{\mathrm{W}} . \qquad (1.3)$$

При атмосферном давлении и изменении температуры от 0 до 10 °С этот коэффициент имеет значение β_T = 0,000014 К$^{-1}$, а при 10…20 °С β_T = 0,00015 К$^{-1}$. Это очень малая величина, и поэтому при решении практических задач в области водоснабжения, канализации и гидротехнических сооружений изменением объема жидкости с изменением температуры пренебрегают.

По сравнению с капельными жидкостями для газов характерна большая сжимаемость. Состояние газа изменяется при механическом и тепловом воздействии на него, а также при переходе одного вида энергии в другой. Уравнение состояния Менделеева – Клайперона для идеального (совершенного) газа устанавливает зависимость между абсолютным давлением p, плотностью ρ и абсолютной (термодинамической) температурой T в виде

$$p = \rho g R T , \qquad (1.4)$$

где R – универсальная газовая постоянная, имеющая свое значение для каждого газа. Для воздуха R = 287,14 Дж/(кг·К).

При анализе изменений состояния газа различают основные термодинамические процессы: изотермический – при постоянной температуре системы; изобарный – при постоянном давлении в системе; изохорный – при постоянном объеме системы; адиабатный – система не обменивается теплотой с окружающей средой; политропный – система, состояние которой определяется зависимостью

$$p/\rho^n = const, \qquad (1.5)$$

где n – показатель политропы, значения которого изменяются от n = 1 (изотермический процесс) до n = 1,41 (адиабатный процесс).

Вязкость жидкости. При движении реальной жидкости по трубам и в открытых руслах в жидкости между ее отдельными слоями возникают внутренние силы трения, или силы вязкости, величина которых зависит от рода жидкости и распределения скоростей между ее отдельными слоями.

Свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению ее частиц и развивать при движении внутренние касательные напряжения называется вязкостью жидкости.

Гипотеза И. Ньютона, высказанная им в 1723 г., о существовании внутреннего трения в жидкости была дана в общей форме. В последующем эта гипотеза была доказана и подтверждена опытами Н.П. Петрова, положившего начало гидродинамической теории смазки подшипников и давшего формулу

для выражения силы внутреннего трения в жидкости. Н.П. Петров установил, что сила внутреннего трения $T_{тр}$ не зависит от давления в жидкости, пропорциональна поверхности соприкосновения трущихся слоев S, относительной скорости трущихся слоев (du/dy) и зависимости от рода жидкости, характеризуемого динамической вязкостью.

Установленный Н.П. Петровым закон внутреннего трения выражается равенством

$$T_{тр} = \pm \mu S \frac{du}{dy}, \qquad (1.6)$$

где $T_{тр}$ – сила внутреннего трения; μ - динамическая вязкость жидкости; S – площадь трущихся слоев; du/dy – градиент скорости, характеризующий относительное изменение скорости между отдельными слоями потока.

Если представить себе поток жидкости состоящим из отдельных бесконечно тонких слоев толщиной dy каждый и допустить, что скорость частиц жидкости изменяется от слоя к слою, то величина градиента скорости du/dy представляет тангенс угла наклона касательной эпюре скоростей в данной точке.

Отнесенная к единице площади сила трения (т.е. касательное напряжение) согласно формуле (1.6)

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy}. \qquad (1.7)$$

Из выражения (1.7) нетрудно видеть, что динамическая вязкость численно равна единичной силе трения τ при градиенте скорости равном единице. Знак ± в формулах (1.6) и (1.7) говорит о том, что два соседних слоя жидкости взаимодействуют друг с другом: один слой, движущийся с большей скоростью, ускоряет другой – знак плюс, а этот другой тормозит первый – знак минус.

Найдем размерность динамической вязкости. Так как размерность касательного напряжения τ есть отношение силы к площади, а размерность градиента скорости $\left[\frac{du}{dy}\right] = \frac{1}{с}$ (единица на секунду), то размерность динамической вязкости получается $[\mu]$ = Н/м^2 · с = Па · с.

Для характеристики вязкости применяют также отношение динамической вязкости к плотности, называемое кинематической вязкостью $\nu = \mu/\rho$. Кинематическая вязкость имеет размерность $[\nu]$ = м^2/с.

Вязкость жидкостей уменьшается с повышением температуры. Для воды зависимость кинематической вязкости от температуры t в градусах Цельсия выражается формулой:

$$\nu = \frac{177{,}5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0{,}0337t + 0{,}000221t^2}. \qquad (1.8)$$

Величины динамической и кинематической вязкостей для различных жидкостей при 20 °С приведены в табл. 1.1.

Для опытного определения вязкости жидкостей существуют приборы, называемые вискозиметрами.

Понятие идеальной жидкости. В гидравлике применяется иногда понятие идеальной жидкости, фактически не существующей в природе. Такая жидкость характеризуется полным отсутствием сопротивления растягивающим и сдвигающим силам и не изменяет своего объема при изменении давления и температуры.

Понятие идеальной жидкости введено в гидравлику для облегчения вывода некоторых теоретических положений, которые помогают уяснить законы движения реальной жидкости. Полученные для невязкой жидкости закономерности в дальнейшем корректируются путем введения опытных поправок, учитывающих свойства вязких жидкостей.

Кроме обычных (ньютоновских) жидкостей есть аномальные, (неньютоновские) жидкости. К ним относятся смазочные масла, нефтепродукты, строительные растворы и др. Для таких жидкостей закон внутреннего трения выражается в виде

$$\tau = \tau_0 \pm \mu \frac{du}{dy}, \qquad (1.9)$$

где τ_0 - касательные напряжения в покоящейся жидкости, после преодоления которых жидкость приходит в движение.

Таблица 1.1

Наименование жидкости	μ, 10^{-5}, Па · с	ν, 10^{-8}, м^2/с
1	2	3
Вода пресная	101	101
Анилин	447	430
Бензол	65	74
Глицерин безводный	51200	41000
Масло касторовое	97200	100200
Ртуть	155,0	11,4
Сероуглерод	37,0	29,4
Спирт этиловый безводный	119	154
Хлористый натрий (раствор с 26% NaCl)	184	153
Эфир этиловый	26,0	36,3

Контрольные вопросы

1. Что называется гидравликой?
2. Что понимают в гидравлике под термином «жидкость»?
3. Особенности структурированных биотехнологических жидкостей.
4. Какие гипотезы используются при выводе теоретических положений и формул?
5. Какие главнейшие методы исследования используются в гидравлике?
6. Из каких разделов и частей состоит курс «Гидравлика»?
7. Укажите возможности использования законов гидравлики в промышленности.
8. Какую роль играла вода в деятельности человека?
9. Чем характеризуется развитие отдельных законов о воде, вошедших в дальнейшем в курс гидравлики, в период Древней Греции?
10. Особенности периода Древнего Рима в развитии вопросов связанных с водой.
11. Открытиями каких ученых в области гидравлики характеризуется период Возрождения?
12. Какие законы гидравлики открыли в XVIII веке ученые Костели, Торричелли, Паскаль и Ньютон?
13. Какой вклад в развитие гидравлики внесли российские ученые: М.В. Ломоносов, Д. Бернулли, Л. Эйлер и Ж. д` Аламбер?
14. Особенности французской школы ученых-инженеров в области механики жидкости.
15. Особенности развития гидравлики в XIX веке.
16. Что способствовало объединению гидравлики и гидромеханики в одну науку?
17. Какой вклад в развитие гидравлики внесли Д.И. Менделеев, О. Рейнольдс, Л. Прандтль?
18. Какой вклад в развитие гидравлики внесли русские ученые в первой половине XX века: П.Л. Петров, Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин, Б.А. Бахметев, Н.Н. Павловский и др.?
19. Изобретите и поясните схему формирования гидравлики во времени.
20. Какие выводы вы можете сделать из рассмотренного исторического материала, связанного с развитием гидравлики?

2. Тема: «Гидростатическое давление и его свойства»

Вопросы

1. Гидростатическое давление и его свойства. Дифференциальное уравнение гидростатики.
2. Покой (равновесие) жидкости. Уравнение Эйлера. Закон Паскаля.
3. Диаграмма давлений. Пьезометрическая высота и гидростатический напор. Вакуум.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Исаев А.П., Кожевникова Н.Г., Ещин А.В. Гидравлика: Учебник. – М.:ИНФРА-М, 2017. – 420 с.
2. Кудинов А.А. Гидрогазодинамика: учеб. Пособие /А.А. Кудинов. – М.: ИНФА-М, 2018. – 336 с.
3. .Лапшев Н.Н. Гидравлика: учебник для студ. высш. учеб. заведений/ Н.Н. Лапшев. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 272 с.
4. Косой В.Д., Рыжов С.А. Гидравлика (с примерами решения инженерных задач). – М.: ДеЛи принт, 2008. – 495 с.
5. Ухов С.В. Гидравлика: учебное пособие. – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФА-М, 2010.- 464 с.

Гидростатикой называется раздел гидравлики, в котором изучается жидкость, находящаяся в состоянии покоя, т.е. в равновесии.

Состояние равновесия жидкости может быть как абсолютным, так и относительным. При равновесии (покое) на жидкость действуют поверхностные и массовые силы.

Поверхностные силы непрерывно распределены по поверхности жидкости. К поверхностным силам относят силы, действующие на свободную поверхность жидкости или на граничную поверхность, например при воздействии поршня насоса; силы, проходящие на поверхности объема жидкости со стороны окружающей ее массы жидкости; силы, действующие со стороны стенок резервуара, а также силы, касательные к поверхности жидкости.

Поверхностные силы пропорциональны площади той поверхности, на которую эти силы действуют.

Массовыми называют силы, которые пропорциональны массе жидкости. К массовым силам относят силы тяжести, силы инерции и центробежные силы.

Рассмотрим некоторый объем жидкости, находящийся в равновесии (рис. 2.1).

Разделим объем жидкости на две части A и B, проведя горизонтальную плоскость. Площадь раздела жидкости обозначим через ω.

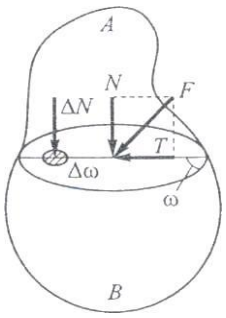


Рис. 2.1. Объем покоящейся жидкости

На каждую часть A и B действуют массовые силы. Равновесие жидкости не нарушится, если все силы, действующие на верхнюю часть A заменим на равнодействующую силу F, которая может быть разложена на составляющие: N – нормальную к площади ω и T – касательную к ней.

При равновесии жидкости сила N не может быть силой растяжения, так как в этом случае возникнут растягивающие (касательные) напряжения. Установлено, что жидкость в обычных условиях неспособна сопротивляться растягивающим силам.

В связи с тем, что жидкость обладает текучими свойствами, то она принимает форму сосуда, в котором она находится, и в покоящемся состоянии не может сопротивляться внутренним касательным силам, т.е. силам, действующим вдоль поверхности сдвига. В случае появления сил и касательных напряжений частички жидкости пришли бы в движение, что противоречит условию равновесия. Таким образом, в жидкости в состоянии покоя не могут быть касательные напряжения τ.

Касательные напряжения в покоящейся жидкости равны нулю $\tau=0$ и сила T также равна нулю, $T=0$.

Следовательно, равнодействующая сила гидростатического давления $F=N$, и она будет нормальна к площади ω. Сила N является силой гидростатического давления.

Отношение $\left(\frac{\mathrm{N}}{\omega}\right)$ представляет собой, таким образом, напряжение сжатия σ.

Выделим на разделительной плоскости элементарную площадку $\Delta\omega$, на которую будет приходиться нормальная сила гидростатического давления ΔN. Напряжения сжатия, вызываемые силой гидростатического давления ΔN, равны

$$\sigma = \frac{\Delta N}{\Delta \omega} = P. \qquad (2.1)$$

Данное отношение – гидростатическое давление P. Следовательно, гидростатическое давление – напряжение сжатия.

Величина P является средней величиной гидростатического давления в пределах элементарной площадки $\Delta\omega$.

Гидростатическое давление в точке может быть получено, если площадку $\Delta\omega$ будем уменьшать до нуля. Тогда предел отношения силы ΔN к площадке $\Delta\omega$ – гидростатическое давление в точке

$$\mathrm{P} = \lim_{\Delta\omega \to 0} \left(\frac{\Delta N}{\Delta \omega}\right). \qquad (2.2)$$

2.1 Свойства гидростатического давления

Первое свойство гидростатического давления

Гидростатическое давление направлено всегда ***по внутренней нормали к площадке***, на которую это давление действует.

Как уже отмечалось ранее, жидкость, находящаяся в покое, не может сопротивляться касательным напряжениям. Если предположить наличие касательных сил к площадке, то частички жидкости, находящиеся на ней, под действием этой силы начнут перемещаться, т.е. они выйдут из равновесия. Это будет противоречить состоянию покоя жидкости.

Нормальная сила к площадке $\Delta\omega$ не может быть силой растяжения. Если бы это имело место, то в результате появления растягивающей силы возникли бы касательные (растягивающие) напряжения и частички жидкости пришли бы в движение. Это также не соответствует состоянию покоя жидкости.

Таким образом, единственно возможным направлением вектора гидростатического давления является ***направление внутрь объема жидкости***, т.е. по внутренней нормали.

Второе свойство гидростатического давления

Гидростатическое давление в любой точке объема жидкости по всем направлениям одинаково, т.е. ***не зависит от угла наклона площадки, на которую оно действует в данной точке***.

Для доказательства второго свойства выделим в покоящейся неподвижной жидкости элементарный объем жидкости в виде тетраэдра (рис. 2.2).

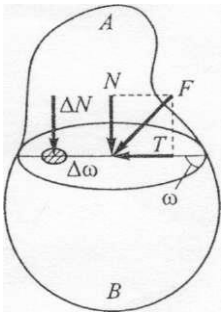


Рис. 2.2. К свойству гидростатического давления

Ребра тетраэдра dx, dy и dz перпендикулярны к соответствующим осям координат x,y и z. На жидкость и на выделенный тетраэдр действуют силы поверхностного давления и массовые силы – силы тяжести, силы инерции.

Массовые силы на координатные оси x,y и z, отнесенные к единице массы, обозначим X,Y и Z.

Проекция массовых сил на оси x,y и z

$$\begin{aligned} dF_{mx} &= Xdm, \\ dF_{my} &= Ydm, \\ dF_{mz} &= Zdm, \end{aligned} \qquad (2.3)$$

где dm - масса жидкости в тетраэдре.

Масса тетраэдра равна произведению его объема на плотность жидкости ρ

$$dm = \frac{1}{6}\rho dxdydz. \qquad (2.4)$$

Обозначим гидростатическое давление, действующее на грань *123*, нормальное к оси 0x, через P_x, давление на грань *134*, нормальное к оси 0y через P_y и давление на грань *124* через P_z.

Силы гидростатического давления равны

$$dF_x = \frac{1}{2} Pxdydz;$$
$$dF_y = \frac{1}{2} Pydxdz; \qquad (2.5)$$
$$dF_z = \frac{1}{2} Pzdxdy.$$

Гидростатическое давление, действующее на наклонную грань *234* тетраэдра, обозначим через $P_П$, а площадь этой грани – через $d\omega$. Давление $P_П$ будет нормально к этой грани *234*.

Обозначим направление вектора $P_П$ к наклонной грани через углы α, β и φ, которые образуют нормали к осям координат.

Составим уравнение равновесия внутреннего объема жидкости в направлении оси x.

Проекция сил давления

$$dF_x - dF_{xn} = \frac{1}{2} P_x dydz - P_П d\omega \cos\alpha. \qquad (2.6)$$

Уравнение равновесия тетраэдра с учетом массовых сил

$$dF_x - dF_{xП} + dF_{mx} = 0$$

или

$$\frac{1}{2} Pxdydz - P_П d\omega \cos\alpha + \frac{\rho}{6} Xdxdydz = 0.$$

Проекция наклонной грани *234* на плоскость $y0z$

$$d\omega\cos\alpha = \frac{1}{2}dydz. \qquad (2.8)$$

Разделим полученное уравнение (2.7) на элементарную площадь $\frac{1}{2}dydz$.

Таким образом, будем иметь

$$P_x - P_П + \frac{\rho}{3} Xdx = 0. \qquad (2.9)$$

При стремлении размеров тетраэдра dx к нулю

$$\frac{\rho}{3}Xdx = 0. \qquad (2.10)$$

Следовательно, получим

$$P_x = P_П.$$

Уравнение равновесия в направлении осей y и z

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\mathrm{P_y}dxdz - \mathrm{P_П}d\omega cos\,\beta + Y\,\frac{\rho}{6}dxdydz = 0 \\ \frac{1}{2}\mathrm{P}_z dxdy - \mathrm{P_П}d\omega cos\,\varphi + Z\,\frac{\rho}{6}dxdydz = 0. \end{cases} \qquad (2.11)$$

После сокращений соответственно на $\frac{1}{2}dxdz$ и $\frac{1}{2}dxdy$, с учетом

$d\omega cos\beta = \frac{1}{2} dxdz$ и $d\omega cos\varphi = \frac{1}{2} dxdy$, получим

$$\begin{cases} P_y - P_П + \frac{1}{3} Ydy = 0 \\ P_z - P_П + \frac{1}{3} Zdz = 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

В пределе при $dy \to 0$, $dz \to 0$

$$P_y = P_П \text{ и } P_z = P_П.$$

Следовательно,

$$P_x = P_y = P_z = P_П. \quad (2.13)$$

Таким образом, при стремлении размеров тетраэдра к точке давление в ней по всем направлениям в покоящейся жидкости одинаково.

Следует отметить, что гидростатическое давление в разных точках объема жидкости зависит от координат этой точки, т.е. давление является функцией координат

$$P = f(x,y,z).$$

Давление является сложной функцией, следовательно, дифференциал давления может быть представлен в частных производных

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz. \quad (2.14)$$

2.2 Основное уравнение гидростатики

Рассмотрим случай равновесия жидкости, когда из массовых сил на нее действует только сила тяжести. Жидкость находится в резервуаре, неподвижном относительно земли, в случае абсолютного покоя. На свободную поверхность жидкости в резервуаре действует давление P_0 (рис. 2.3). Выделим произвольную точку a, расположенную на глубине h от свободной поверхности. Гидростатическое давление в точке a равно P. У точки a возьмем малую горизонтальную площадку $\Delta\omega$. На выделенной площадке построим вертикальный цилиндр высотой h.

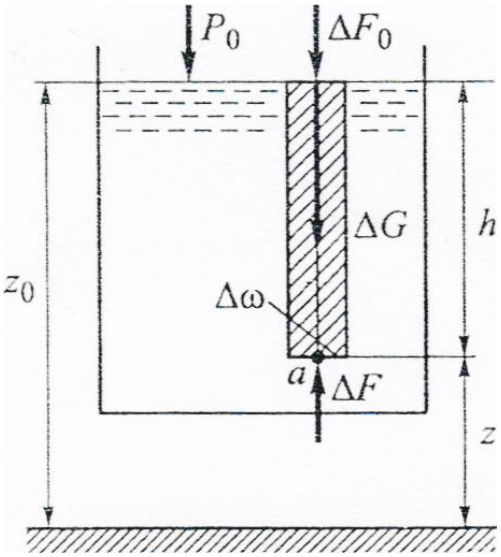


Рис. 2.3. К выводу основного уравнения гидростатики

Рассматриваем равновесие объема жидкости в цилиндре, который был выделен из всего объема жидкости, содержащейся в резервуаре.

На объем жидкости в цилиндре действуют следующие силы. В верхней части на малую поверхность $\Delta\omega$ действует поверхностное давление P_0. Сила внешнего давления на $\Delta\omega$

$$\Delta F_0 = P_0 \Delta\omega. \quad (2.15)$$

Сила тяжести цилиндра

$$\Delta G = mg = \rho g \Delta\omega h. \quad (2.16)$$

В нижней части цилиндра на площадку $\Delta\omega$ будет приходиться сила гидростатического давления ΔF.

Сила ΔF будет направлена вверх, так как давление P будет являться внешним давлением на $\Delta\omega$ и, следовательно, будет направлено по нормали внутрь всего объема жидкости, т.е. снизу вверх

$$\Delta F = P \Delta\omega. \quad (2.17)$$

Сумма проекции всех сил, приложенных к боковой поверхности цилиндра, равна нулю. Напишем сумму всех сил, действующих на объем жидкости в цилиндре, на ось, параллельную силе тяжести.

Уравнение равновесия

$$\Delta F_0 + \Delta G - \Delta F = 0.$$

Или, согласно (2.15), (2.16) и (2.17),

$$P_0 \Delta\omega + \rho h g \Delta\omega - P \Delta\omega = 0. \quad (2.18)$$

Сократив на $\Delta\omega$, получим окончательно

$$P = P_0 + \rho g h = P_0 + \gamma h. \quad (2.19)$$

Полученное уравнение (2.19) называется ***основным уравнением гидростатики.***

Гидростатическое давление P в точке внутри покоящейся жидкости равно сумме давления на свободную поверхность P_0 и давления от веса столба жидкости высотой h. Произведение $\rho g h$ называют весовым давлением. Давление на свободную поверхность P_0, согласно основному уравнению гидростатики (2.19), является одинаковым для любых точек объема жидкости. Следовательно, согласно второму свойству гидростатического давления, можно считать, что давление P_0 передается всем точкам жидкости и по всем направлениям одинаково. Это положение известно как ***закон Паскаля***.

Согласно формуле (2.19), давление жидкости увеличивается с глубиной погружения точки, т.е. имеет место линейная зависимость давления и глубины.

2.3 Виды давления. Пьезометрическая высота.

Виды давления

В гидравлике принято рассматривать следующие виды давления.

Избыточное давление – давление, превышающее атмосферное давление P_a, $P>P_a$. Эту величину в технике иногда называют манометрическим давлением. Обозначают избыточное давление $P_и$ или $P_м$.

Вакуумметрическое давление $P_{вак}$ – давление, которое меньше атмосферного, $P<P_a$. Это давление называют избыточным давлением, оно характеризует недостаток давления до атмосферного.

Абсолютное (полное) давление $P_{аб}$ – давление, учитывающее атмосферное давление P_a

$$P_{аб} = P_a \pm P \qquad (2.20)$$

Знаки «плюс», «минус» показывают, что давление P может быть больше (избыточное) или меньше (вакуумметрическое) атмосферного P_a.

Гидростатическое давление в какой-либо точке объема жидкости зависит от давления на свободную поверхность P_0.

В случае когда объем жидкости сообщается с атмосферой, $P_0 = P_a$. В закрытом объеме жидкости может быть $P_0 > P_a$, тогда P_0 – избыточное давление, или $P_0 < P_a$, то P_0 – вакуумметрическое давление.

В общем случае P_0 можно представить как абсолютное давление $P_{аб}$ и обозначить $P_{0аб}$.

Давление от столба жидкости h всегда представляет собой избыточное давление

$$P_и = P = \rho g h. \qquad (2.21)$$

Величина атмосферного давления зависимости от состояния жидкости и её расположения жидкости над уровнем моря.

В инженерных расчетах физическое атмосферное давление $P_a = 10{,}13 \cdot 10^4$ Па, а атмосферное давление принимают равным $P_a = 9{,}81 \cdot 10^4$ Па.

Гидростатическое давление P измеряется высотой столба той или иной жидкости и которое соответствует давлению из уравнения (2.21)

$$h = \frac{P}{\rho g}. \qquad (2.22)$$

Обычно принято избыточное давление обозначать как P.

Пьезометрическая высота

Возьмем закрытый резервуар с жидкостью, на свободную поверхность которой действует давление P_0, которое больше атмосферного давления P_a, $P_0 > P_a$ (рис. 2.4).

В резервуаре в точках *1* и *2*, расположенных на глубинах h_1 и h_2, сделаны отверстия, к которым присоединены тонкие стеклянные трубки, верхние концы которых сообщаются с атмосферой. В связи с тем, что давление на свободную поверхность $P_0 > P_a$, жидкость поднимается в трубочках на некоторую высоту $h_п$. Стеклянные трубки в этом случае называются ***пьезометрическими***. Высота жидкости, поднятая на $h_п$, называется пьезометрической высотой, соответствующей избыточному гидростатическому давлению.

Используем основное уравнение гидростатики к жидкости, находящейся в пьезометрах

$$P_{аб1} = P_a + \rho g h_{п1}; \qquad (2.23)$$
$$P_{аб2} = P_a + \rho g h_{п2},$$

где $P_{аб1}$, $P_{аб2}$ – абсолютное гидростатическое давление в точках присоединения пьезометров; P_a – атмосферное давление.

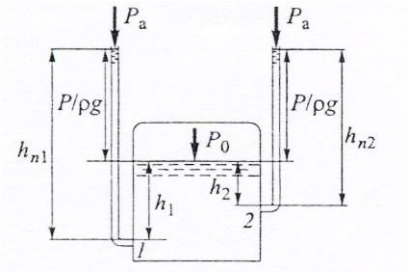


Рис. 2.4. Пьезометрическая высота

Тогда высота подъема жидкости в пьезометрах

$$h_{П1} = \frac{P_{абс1} - P_a}{\rho g} = \frac{P_1}{\rho g};$$
$$h_{П2} = \frac{P_{абс2} - P_a}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g}. \quad (2.24)$$

P_1 и P_2 – избыточное давление в точках *1* и *2*. Абсолютное давление в точках *1* и *2*, считая P_0 избыточным давлением и учитывая столб жидкости, находящийся над ними, согласно основному уравнению гидростатики

$$P_{абс1} = P_a + P_0 + \rho g h_{П1};$$
$$P_{абс2} = P_a + P_0 + \rho g h_{П2}. \quad (2.25)$$

Давление в точках *1* и *2* одинаково как со стороны пьезометров, так и со стороны жидкости в резервуаре. Следовательно,

$$P_a + \rho g h_{П1} = P_a + P_0 + \rho g h_{П1};$$
$$P_a + \rho g h_{П2} = P_a + P_0 + \rho g h_{П2}. \quad (2.26)$$

Сократив P_a и разделив уравнение (2.26) на удельный вес жидкости, получим другой вид равенства для пьезометрической высоты

$$h_{П1} = \frac{P_0}{\rho g} + h_1 = \frac{P_1}{\rho g};$$
$$h_{П2} = \frac{P_0}{\rho g} + h_2 = \frac{P_2}{\rho g}. \quad (2.27)$$

где P_1, P_2 – гидростатическое давление в точках *1* и *2*.

Как следует из полученных выражений, в величину пьезометрических высот $h_П$ входит $\frac{P_0}{\rho g}$, которая представляет собой высоту подъема жидкости, соответствующей избыточному давлению P_0, от свободной поверхности в резервуаре. Так как $\frac{P_0}{\rho g} = \text{const}$, то жидкость в пьезометрах находится на одинаковом уровне, т.е. в горизонтальной плоскости, поднятой на высоту $\frac{P_0}{\rho g}$.

В случае открытого сосуда, сообщающегося с атмосферой, давление на свободную поверхность равно P_a, а избыточное давление на поверхности будет равно нулю. Согласно выражению (2.27) пьезометрические высоты

$$h_{П1} = h_1 \text{ и } h_{П2} = h_2. \quad (2.28)$$

Следовательно, пьезометрические высоты будут равны глубинам погружения точек в жидкость резервуара.

На практике достаточно часто встречаются случаи, когда давление в жидкости бывает меньше атмосферного, т.е. вакуумметрическое давление.

В закрытом резервуаре, наполненном жидкостью, на свободной ее поверхности давление P_0 меньше атмосферного P_a, $P_0<P_a$ (рис. 2.5).

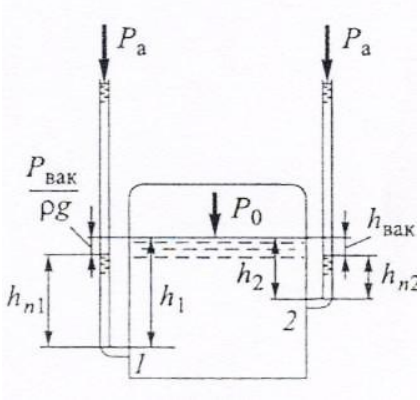


Рис. 2.5. Резервуар с жидкостью

Абсолютное давление в точке присоединения пьезометра

$$P_{аб} = P_a + \rho g h_П. \quad (2.29)$$

Давление со стороны резервуара

$$P_{аб} = P_0 + \rho g h. \quad (2.30)$$

Давления равны, следовательно

$$P_a + \rho g h_П = P_0 + \rho g h;$$
$$P_a - P_0 = \rho g(h - h_П); \quad (2.31)$$
$$P_a - P_0 = P_{вак},\ h - h_П = h_{вак};$$
$$P_{вак} = \rho g h_{вак}.$$

Вакуумметрическая высота

$$h_{вак} = \frac{P_a - P_0}{\rho g} = \frac{P_{вак}}{\rho g}. \quad (2.32)$$

Таким образом, в результате действия вакуумметрического давления на свободную поверхность жидкости в резервуаре пьезометрическая высота $h_П$ установится ниже свободной поверхности жидкости на величину вакуумметрической высоты $h_{вак} = \frac{P_{вак}}{\rho g}$.

Так как нижним пределом абсолютного давления в жидкости является ноль, то максимальное значение вакуумметрического давления будет равно атмосферному давлению.

Максимальная предельная вакуумметрическая высота: $h_{вак}^{max} = \frac{P_a}{\rho g}$.

2.4 Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера

В пространстве покоящейся жидкости, имеющей постоянную плотность ρ, выделим элементарный параллелепипед со сторонами dx, dy и dz, которые параллельны осям координат (рис. 2.6). Параллелепипед жидкости под действием поверхностных и массовых сил будет находиться в состоянии покоя. Полагаем, что в центре тяжести параллелепипеда в точке 0 гидростатическое давление равно p.

Масса жидкости, находящейся в элементарном параллелепипеде,

$$dm = \rho dx dy dz.$$

Проекции массовых сил в направлении координатных осей

$$\begin{cases} dF_{mx} = Xdm = X\rho dxdydz \\ dF_{my} = Ydm = Y\rho dxdydz \\ dF_{mz} = Zdm = Z\rho dxdydz \end{cases} \quad (2.33)$$

где X,Y,Z – компоненты единичных массовых сил относительно осей x, y, z.

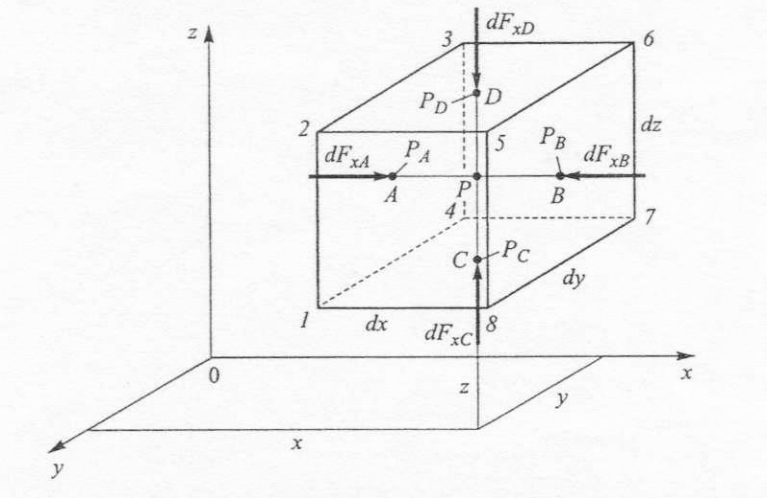


Рис. 2.6. К выводу уравнения равновесия жидкости

Точки A и B находятся в центрах тяжести граней параллелепипеда *1234* и *5678*. Эти центры получены в результате проведения через центральную точку 0 горизонтальной линии. Давление в точке A равно P_a, в точке B - $P_в$.

В сплошной жидкой среде давление в любой точке является функцией расположения ее в пространстве, $P = f(x,y,z)$.

Гидростатическое давление изменяется непрерывно линейно и приращение давления на единицу длины по координатным осям составляет: по dx приращение $\frac{\partial P}{\partial x}\,dx$, по dy - $\frac{\partial P}{\partial y}\,dy$ и по dz - $\frac{\partial P}{\partial z}\,dz$.

Гидростатическое давление в точках A и B отличается от давления P в центре тяжести а параллелепипеде 0 на величину $\frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial x}\,dx$.

Давление в точках A и B

$$P_A = P - \frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial x}\,dx;$$

$$P_B = P + \frac{\partial P}{\partial x}\,dx. \quad (2.34)$$

Так как площади граней *1234* и *5678* бесконечно малы, то давления P_A и P_B можно считать средними гидростатическими давлениями по этим граням (площадкам).

Поверхностные силы определяются гидростатическим давлением, приходящимся на соответствующие грани параллелепипеда.

Поверхностные силы давления на грани *1234* и *5678* по оси x равны произведению давления на площади граней

$$dF_{xA} = P_A dydz = \left(P - \frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial x}\,dx\right)dydz;$$

$$dF_{xB} = P_B dydz = \left(P + \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial x}\,dx\right)dydz. \qquad (2.35)$$

Аналогично можно определить силы на грани по оси *z*

$$dF_{zC} = P_C dxdy = \left(P - \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial z}\,dz\right)dxdy;$$

$$dF_{zD} = P_D dxdy = \left(P + \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial z}\,dz\right)dxdy. \qquad (2.36)$$

Таким же образом определяются силы гидростатического давления по оси *y*.

Уравнение равновесия жидкости, находящейся в элементарном параллелепипеде, соблюдается, когда сумма всех сил, действующих на данный объем, по всем осям *x*, *y*, *z* будет равна нулю.

Составим уравнение равновесия поверхностных и массовых сил, действующих на жидкость, находящуюся в параллелепипеде, по осям *x*, *y* и *z*

$$dF_{xA} - dF_{xB} + dF_{mx} = 0;$$

$$dF_{zC} - dF_{zD} + dF_{mz} = 0. \qquad (2.37)$$

Подставляя в (2.37) зависимости (2.35) и (2.34), получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \left(P - \frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial x}\,dx\right)dydz - \left(P + \frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial x}\,dx\right)dydz + X\rho dxdydz = 0 \\ \left(P - \frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial z}\,dz\right)dxdy - \left(P + \frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial z}\,dz\right)dxdy + Z\rho dxdydz = 0. \end{cases} \qquad (2.38)$$

После преобразования (2.38) и разделив уравнения на $\rho dxdydz$, получим

$$\begin{cases} \mathrm{X} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = 0; \\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = 0. \end{cases} \qquad (2.39)$$

Аналогичное уравнение можно получить относительно оси *y*

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} = 0. \qquad (2.40)$$

Уравнения (2.39) и (2.40) являются ***дифференциальными уравнениями равновесия*** жидкости – уравнениями Эйлера

$$\begin{cases} \mathrm{X} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = 0; \\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = 0; \\ Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} = 0. \end{cases} \qquad (2.41)$$

Умножив каждое уравнение соответственно на *dx*, *dy*, *dz*, будем иметь следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \mathrm{X}dx - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}dx = 0; \\ Zdz - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}dz = 0; \\ Ydy - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}dy = 0. \end{cases} \qquad (2.42)$$

Сложим все члены системы уравнений

$$\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial x}\,dx + \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial y}\,dy + \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial z}\,dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz). \qquad (2.43)$$

Полный дифференциал давления

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x}\,dx + \frac{\partial P}{\partial y}\,dy + \frac{\partial P}{\partial z}\,dz.$$

Следовательно, полный дифференциал давления согласно выражается через единичные массовые силы

$$dP = \rho(Xdx + Ydy + Zdz). \qquad (2.44)$$

Уравнение (2.44) является ***основным уравнением гидростатики в дифференциальной форме.***

2.5 Гидростатический напор

Жидкость, находящаяся в состоянии абсолютного покоя, обладает только потенциальной энергией. Для того чтобы определить потенциальную энергию любого тела, необходимо выбрать какую-либо горизонтальную плоскость. При определении потенциальной энергии на достаточно произвольной высоте от свободной поверхности жидкости проводится горизонтальная плоскость, которая называется ***плоскостью сравнения***.

Рассмотрим случай равновесия жидкости в закрытом резервуаре, на свободную поверхность которой действует избыточное давление P_0 ($P_0 > P_a$) (рис. 2.10).

Возьмем точку *1* в объеме жидкости резервуара. Проведем горизонтальную плоскость параллельно свободной поверхности – плоскость сравнения 0 - 0.

Точка *1* находится на высоте z от плоскости сравнения. Глубина погружения ее под уровень жидкости h_1. Проведем горизонтальную плоскость через точку *1* и в месте пересечения ее со стороной резервуара сделаем отверстие и присоединим к нему пьезометрическую трубку. В месте присоединения пьезометра выделим малую массу жидкости Δm.

Под действием избыточного гидростатического давления масса Δm поднимается в пьезометре на высоту

$$h_{Пl} = \frac{P_1}{\rho g} = h_1 + \frac{P_0}{\rho g}.$$

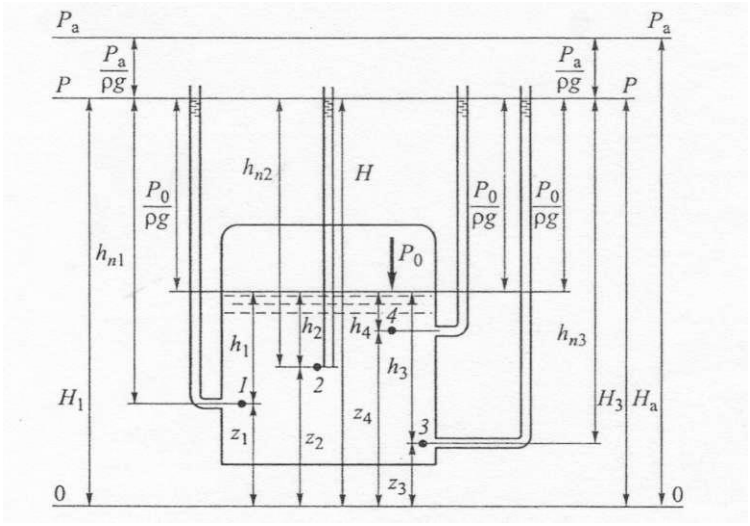


Рис. 2.10. Гидростатические напоры

Над плоскостью сравнения 0 – 0 масса Δm будет находиться на высоте

$$H_1 = z_1 + h_{П1} = z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = z_1 + h_1 + \frac{P_0}{\rho g}. \quad (2.45)$$

Запас потенциальной энергии жидкости массой Δm относительно плоскости сравнения

$$\Delta E_{П1} = \Delta m g H_1 = \Delta m g(z_1 + h_1 + \frac{P_0}{\rho g}). \quad (2.46)$$

Потенциальная энергия характеризуется геометрическим положением точки z_1 и гидростатическим давлением P_1 в ней.

Величина $\Delta m g z_1$ – потенциальная энергия положения тела.

Величина $\Delta m g \frac{P_1}{\rho g}$ - потенциальная энергия давления.

Отношение потенциальной энергии $E_П$ к единице веса mg – ***удельная потенциальная энергия***.

В гидравлике принято удельную энергию называть напором. Поэтому удельная потенциальная энергия – потенциальный напор.

В рассмотренном случае P_0 – избыточное давление, тогда потенциальный напор в точке *1*

$$H_1 = \frac{\Delta E_П}{\Delta m g} = \frac{\Delta m g \left(z_1 + h_1 + \frac{P_0}{\rho g}\right)}{\Delta m g} = z_1 + h_1 + \frac{P_0}{\rho g} = z_1 + \frac{P_1}{\rho g}, \quad (2.47)$$

где P_1 – давление в точке *1*.

Обычно ***потенциальным напором*** называют ***гидростатический напор***.

Гидростатический напор в других точках в объеме жидкости

$$H_2 = z_2 + h_2 + \frac{P_0}{\rho g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g}; \quad (2.48)$$

$$H_3 = z_3 + h_3 + \frac{P_0}{\rho g} = z_3 + \frac{P_3}{\rho g}; \quad (2.49)$$

$$H_4 = z_4 + h_4 + \frac{P_0}{\rho g} = z_4 + \frac{P_2}{\rho g}; \quad (2.50)$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = H_4 .$$

Таким образом, ***гидростатический напор*** во всех точках покоящейся жидкости относительно выбранной плоскости сравнения 0 – 0 является постоянной величиной, $H = const$. Пьезометрическая линия $P – P$, выражающая удельную потенциальную энергию, параллельна свободной поверхности жидкости в резервуаре.

При принятии абсолютного давления на свободную поверхность жидкости в резервуаре $(P_{0абс} = P_a + P_0)$ потенциальная энергия будет являться абсолютной.

В каждой *i-й* точке жидкости будет иметь место абсолютный потенциальный напор $H_{аб}$

$$H_{аб} = \frac{P_a}{\rho g} + H_i = z_i + h_i + \frac{P_a}{\rho g} + \frac{P_0}{\rho g}. \quad (2.51)$$

Пьезометрическая линия $P_{аб} – P_a$ будет находиться выше пьезометрической линии $P – P$ на величину $\frac{P_a}{\rho g}$.

В случае открытого резервуара избыточное давление $P_0 = 0$, так как на жидкость действует атмосферное давление P_a.

Гидростатический напор в любой точке объема жидкости

$$H = z_i + h_i. \qquad (2.52)$$

Пьезометрическая линия $P - P$ будет проходить по свободной поверхности в резервуаре.

2.6 Приборы для измерения гидростатического давления

Для измерения гидростатического давления применяются различные приборы, которые разделяются на пьезометры, манометры и вакуумметры. Конструктивные особенности этих приборов зависят от величины давления и степени точности ее измерения.

Пьезометры

Пьезометр является простейшим устройством для измерения избыточного или вакуумметрического давления.

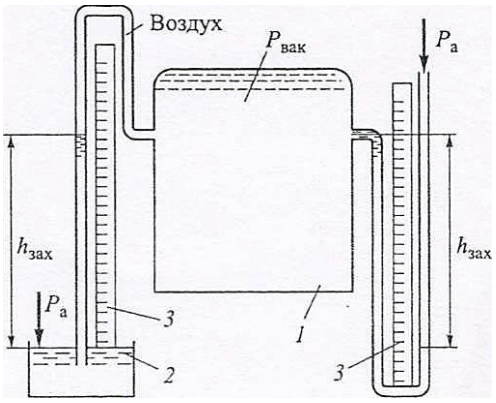


Рис. 2.11. U-образные вакуумметры:
1 – резервуар с жидкостью; 2 – бачок; 3 – измерительная шкала

На рис. 2.11 показана схема измерения вакуумметрического давления U-образной стеклянной трубкой. U-образная трубка одним концом присоединена к резервуару, а другой конец ее опущен в бачок с жидкостью. Высота поднятия жидкости в трубках $h_{вак}$ соответствует вакуумметрическому давлению в резервуаре

$$P_{вак} = \rho g h_{вак},$$

где ρg - удельный вес жидкости в правой U-образной трубке и в бачке слева от резервуара с жидкостью.

В качестве пьезометров, как правило, применяются стеклянные трубки, диаметр которых d = 6…12 мм. При меньших диаметрах за счет капиллярного поднятия в трубках возникает мениск, что не позволяет достаточно точно определить пьезометрическую высоту h.

Стеклянная трубка крепится на щит (доску), на котором имеется метрическая шкала. Ноль шкалы определяется методикой и удобством проведения измерений. Верхний конец трубки пьезометра открытый, т.е. сообщается с атмосферой.

Пьезометры присоединяются к резервуарам (сосудам) с жидкостью определенного удельного веса, поэтому они заполнены данной жидкостью. Таким образом, пьезометром измеряется действительное гидростатическое давление в натуральных условиях. Недостатком измерения давления пьезометрами является то, что достаточно большие давления нельзя определить из-за чрезмерной их высоты. Обычно пьезометры применяются при сравнительно небольших давлениях, не более 3000 Па, т.е. пьезометрических высот, не более 3,0 м в. ст. Следует отметить, что пьезометры обеспечивают весьма высокую точность измерения давления.

Жидкостные манометры

Некоторые типы жидкостных манометров изображены на рис. 2.12. При соблюдении определенных требований по безопасности применяются U-образные прозрачные трубки, заполняемые ртутью. Трубка присоединяется к щиту со шкалой. Один конец трубки присоединяется, например, к резервуару, другой конец остается открытым. В начальный момент уровни ртути в коленах прибора до присоединения будут одинаковы. После создания давления в резервуаре уровни жидкости изменятся (рис. 2.12, *а*). При измерении давления манометром необходимо учитывать положение его относительно точки *1*. Исходя из условия равновесия избыточное давление в точке *1*

$$P_1 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2, \qquad (2.53)$$

где $\rho_1 g$ – удельный вес жидкости в резервуаре; h_1 – расстояние от точки *1* до уровня ртути в левом колене; h_2 – разность уровней в левом и правом коленах трубки; $\rho_2 g$ – удельный вес ртути.

При измерении достаточно небольших давлений вместо ртути применяется тетрабромэтан, удельный вес которого ρg = 28 900 Н/м^3.

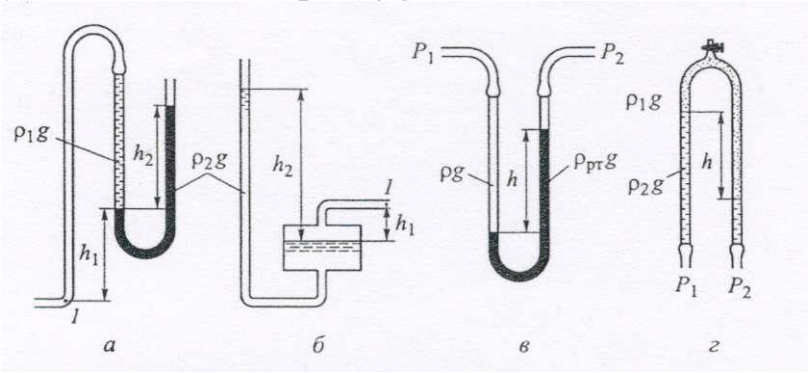


Рис. 2.12. Схемы жидкостных манометров:
а,в – U-образные; б – чашечный; г – перевернутый U-образный

Следует отметить, что ртутный манометр обеспечивает достаточно высокую точность измерений.

Несколько более удобным типом жидкостного манометра является чашечный манометр (рис. 2.12, *б*). Если при использовании U-образного манометра необходимо фиксировать положение ртути в правом и левом коленах, то в чашечном производится один отсчет по шкале. При сравнительно больших размерах металлической чашки уровень ртути или другой жидкости

можно считать неизменным. За нуль шкалы обычно принимается уровень жидкости в чашке.

Согласно равновесию системы при измерении манометром избыточное давление в точке *1*

$$P_1 = \rho_{pm} g h_2 - \rho_1 g h_1, \qquad (2.54)$$

где $\rho_1 g h_1$ – постоянное давление, зависящее от положения измеряемой точки *1* и уровня жидкости (ртути) в чашке.

Для определения давления в двух точках применяются дифференциальные манометры. Простейшим из них является U-образный манометр (рис. 2.12 *в*). В нерабочем состоянии ртуть (жидкость) находится на одинаковом уровне в коленах. Если производится измерение разности давлений P_1 и P_2, то ртуть изменит свое положение в соответствии с условием равновесия.

Согласно условию равновесия, разность давлений

$$\Delta P = P_1 - P_2 = h\,(\rho_p g - \rho g) = h\,(\gamma_{pm} - \gamma), \qquad (2.55)$$

где γ_{pm} – удельный вес ртути; γ – удельный вес жидкости в измеренных точках.

В случае необходимости измерений достаточно малых перепадов давления используется двух жидкостный дифференциальный манометр.

Микроманометр представляет собой перевернутую U-образную трубку, заполняемую в верхней части, как правило, керосином (ρ_1) (рис. 2.12, *г*). Исходя из условия равновесия, разность давлений

$$\Delta P = P_1 - P_2 = h\,(\rho_1 g - \rho_2 g), \qquad (2.56)$$

где $\rho_2 g$ – удельный вес жидкости в измеренных точках.

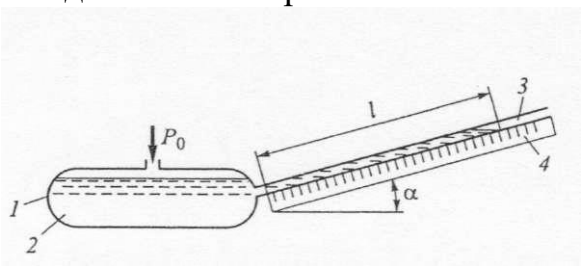


Рис. 2.13. Чашечный микроманометр:
1 – чашка; 2 – спирт; 3 – трубка; 4 – шкала

Для измерения весьма малых давлений с целью получения большей точности применяются чашечные микроманометры с наклонной трубкой (рис. 2.13).

Длина измеряемого по шкале столбика жидкости, находящегося в чашке, по сравнению с вертикальной трубкой увеличивается и, зная наклон трубки, можно определить пьезометрическую высоту

$$h = l \sin \alpha, \qquad (2.57)$$

где l – отсчет по наклонной трубке.

Микроманометры обычно заполняются спиртом или керосином. Это связано с капиллярным поднятием. Мениск в трубках при использовании этих жидкостей практически отсутствует.

При изменении вакуумметрического давления применяются приборы, аналогичные описанным ранее.

На рис. 2.14 приведена схема батарейного жидкостного вакуумметра. Батарейные манометры, как и вакуумметры, применяются при необходимости определения давления одновременно в нескольких точках. Батарейный прибор включает в себя щит с пьезометрами и шкалой измерения. В нижней или верхней части щита располагается металлический бачок с жидкостью в зависимости от измеряемого давления: $P < P_a$ или $P > P_a$. Трубочки пьезометров нижними концами присоединяются к бачку, а верхними – к измеряемым точкам. При одновременном определении пьезометрических высот h применяется метод их фотографирования.

Механические манометры

Широкое распространение для измерения давления получили механические манометры пружинного или мембранного типа.

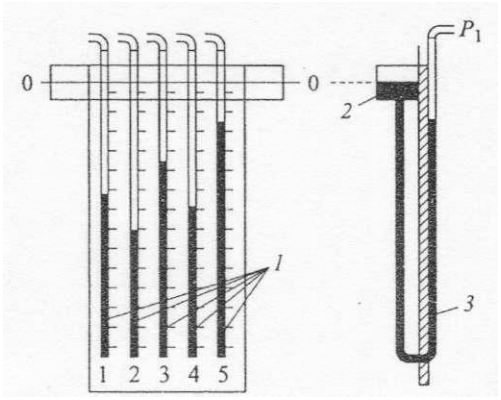


Рис. 2.14. Схема батарейного манометра:
1 – пьезометры; 2 – бачок с жидкостью; 3 – доска прибора

На рис. 2.15 приведена схема пружинного манометра. Основной частью манометра является чувствительный элемент в виде полой эллиптической трубки *1*, изогнутой в виде полумесяца.

Один конец ее запаян и соединен с механизмом 2, имеющим рычажную передачу с показывающей стрелкой. Другой конец трубки присоединяется к ниппелю 3 с помощью шланга или металлической трубки, сообщающейся с жидкостью, где измеряется давление.

Через ниппель жидкость заполняет полую трубку манометра. Под действием давления эллиптическая трубка выпрямляется и приводит в действие рычажный механизм со стрелкой. Стрелка, отклоняясь, показывает по круговой шкале величину давления. С помощью пружинных манометров производится измерение давления в весьма широком диапазоне.

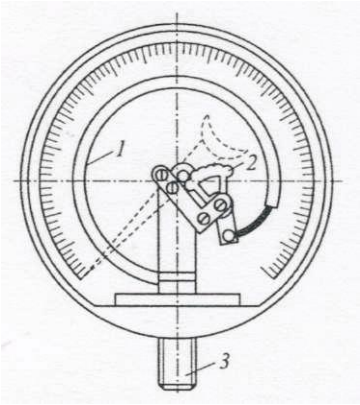


Рис. 2.15. Схема пружинного манометра:
1 – эллиптическая трубка; 2 – рычажный механизм; 3 – ниппель

Мембранный манометр

Основной частью мембранного манометра является мембрана, деформирующаяся под действием избыточного давления. Мембрана соединена с показывающей стрелкой. Отсчет по шкале дает величину измеряемого давления.

Контрольные вопросы

1. Что такое жидкость?
2. Дайте классификацию жидкостей.
3. Укажите основные свойства капельной жидкости.
4. Что Вы понимаете под структурированной жидкостью?
5. Что такое идеальная жидкость, и какими свойствами она наделяется?
6. Какие основные величины входят в различные системы единиц и их внесистемные величины, используемые в гидравлике?
7. Как связаны между собой температуры в градусах Цельсия и Кельвина?
8. Перечислите физические свойства жидкостей и дайте их краткую характеристику.
9. В чем состоит гипотеза Ньютона о вязкости жидкости и ее физическая сущность, и какова формула Петрова?
10. Что называется кинематической и динамической вязкостью, и какова связь между ними?
11. Что вы понимаете под предельным напряжением сдвига и эффективной вязкостью структурированных биотехнологических жидкостей?
12. Какая связь существует между плотностью и удельным (объемным) весом?
13. Объясните физический смысл поверхностного натяжения, что называется капиллярностью?
14. Что такое кавитация?
15. Как влияют температура и давление на физические свойства жидкостей?

16. Вывести размерность основных физических свойств жидкостей в различных системах единиц и определить коэффициенты их соотношения.
17. Какими величинами характеризуется изменение объема жидкости в зависимости от температуры и давления?
18. По какой зависимости можно рассчитать плотность воды при различных температурах в пределах от 4 до 100 ^{0}C?
19. Как связаны между собой коэффициент температурного расширения и плотность жидкости?
20. По какой зависимости можно определить плотность газообразных жидкостей при различных значениях температуры и давления?
21. Как можно определить плотность газа: при различных температурах, зная плотность при определенной температуре; при различном давлении, зная плотность при определенном давлении?
22. По каким зависимостям можно рассчитать плотность белковых дисперсных жидкостей в зависимости от концентрации дисперсной фазы?
23. Как определить плотность дисперсной жидкости при различных температурах двумя методами (более точным и приближенным)?
24. Как определить плотность жидкообразной смеси, состоящей из нескольких компонентов?
25. Укажите особенности определения плотности молока и сливок.
26. Как влияет на плотность молока содержание в нем белка и жира, а также температура?
27. Физическая сущность критической температурной точки биотехнологических жидкостей.
28. Как определить плотность сливок по приведенным значениям?
29. По каким эмпирическим зависимостям можно определить плотность сливок с различным содержанием в них жира в широком интервале температур? Какова универсальная зависимость для сливок и молока?
30. Материальный баланс белковых структурированных жидкостей.
31. Как определить коэффициент кинематической вязкости воды при различных температурах?
32. Какому виду уравнения подчиняется зависимость коэффициента динамической вязкости различных жидкостей от температуры?
33. Как определить коэффициент динамической вязкости для газов и паров при различной температуре?
34. Какой графический характер имеет изменение коэффициента динамической вязкости в зависимости от температуры для капельных и сжимаемых жидкостей?
35. Как можно определить вязкость суспензии и эмульсии в зависимости от концентрации дисперсной фазы, и каков графический характер их изменения?
36. По каким эмпирическим зависимостям можно определить вязкость молока и сливок, зная их химический состав и температуру?

37. Приведите особенности изменения вязкости в зависимости от температуры для биотехнологических жидкостей. Что характеризует критическая температурная точка?
38. Какие силы действуют в жидкости?
39. Какие силы относятся к поверхностным и массовым?
40. Что такое гидромеханическое давление?
41. Как определить избыточное гидромеханическое давление и вакуум?
42. Какими приборами в основном измеряется атмосферное и избыточное давление?
43. Чем отличается техническая атмосфера от физической?

Баранова О.Ю.

Сушкевич А.А.

Шавалеев М.Р.

ГИДРАВЛИКА
Часть 1
ГИДРОСТАТИКА

Методические рекомендации

по самостоятельному изучению дисциплины

В авторской редакции